7-9 классы, подготовка к теоретическому туру

олимпиады школьников «Робофест» по физике

Теоретический обзор к итоговому занятию основного курса, 2022/23 учебный год.

Тема: «ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ ОЛИМПИАДЫ ДЛЯ 7-9 КЛАССОВ И РАБОТА С НИМИ».

Заключительное (и самое важное с точки зрения определения победителей и призеров) из испытаний олимпиады «Робофест» - теоретический тур финального этапа. Задание теоретического тура состоит из 4 заданий по четырем темам: у 7 и 8 классов это кинематика, гидростатика, тепловой баланс и цепи постоянного тока, у 9 класса – это динамика вращательного движения, теплообмен, энергетика цепей постоянного тока и геометрическая оптика. Каждое задание состоит из «простого» вопроса и задачи. Важная информация для участников состоит в том, что «простые» вопросы выбраны таким образом, чтобы подвести их к решению более сложной задачи. Всегда следует начинать работу над заданием с ответа на вопрос, а потом уже приступать к решению задачи.

Второе важное обстоятельство - то, что многие задания теоретического тура **финального этапа** связаны логически с заданиями по физике **отборочного этапа**, с которыми участники олимпиады уже сталкивались в ходе региональных отборов. Поэтому в ходе подготовки к финалу обязательно нужно проработать задания отборочного этапа. Это, помимо самой подготовки, также позволить понять, какие именно темы могут быть затронуты в каждом из заданий. Обсудим возможные темы финального задания.

Тема 1: раздел – механика, темы – кинематика прямолинейного движения и динамика вращательного движения.

В первую очередь надо повторить материалы вводных занятий 2 («ускорение и силы») и основного занятия по теме «механика», а также разобрать задания отборочного этапа. Рассмотрим пример задачи для 7 и 8 классов из отборочного этапа.

Задача: Соревновательная трасса для робота состоит из двух участков, на одном из которых («медленном») он движется с меньшей скоростью, на другом («быстром») – с большей. Известно, что длина «быстрого» участка в два раза больше, чем длина «медленного». Во время первого прохождения средняя скорость робота на трассе равнялась 2,5 м/с. При втором прохождении средняя скорость робота на «медленном» участке возросла в 1,1 раза, а на «быстром» – во столько же раз уменьшилась. Оказалось, что средняя скорость на всей трассе осталась той же. Чему равнялась средняя скорость робота на «быстром» участке при первом прохождении трассы?

Решение: Пусть L – длина «медленного» участка трассы. Тогда $2L$ – длина «быстрого» участка. Пусть также v и V – скорости робота на этих участках. Тогда время первого прохождения трассы $t_1 = \frac{L}{v} + \frac{2L}{V}$, и поэтому заданная нам средняя скорость прохождения

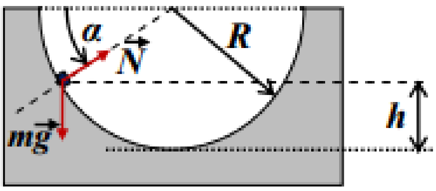
$v_{cp} = \frac{3L}{t_1} = \frac{3vV}{V+2v}$. При втором прохождении новые величины скоростей $v' = 1{,}1v$ и $V' = \frac{V}{1{,}1}$, и $t_2 = \frac{10L}{11v} + \frac{22L}{10V}$. Средняя скорость осталась прежней: $v_{cp} = \frac{3L}{t_2} = \frac{330vV}{100V + 242v}$. Приравнивая выражения для средней скорости, обнаруживаем, что $v = \frac{5}{11}V$. Тогда из любой формулы для v_{cp} получаем: $v_{cp} = \frac{5}{7}V \Rightarrow V = \frac{7}{5}v_{cp} = 3{,}5$ м/с.

Ответ: $V = \frac{7}{5}v_{cp} = 3{,}5$ м/с.

В качестве примера задачи разберем задачи из задания отборочного этапа для 9 класса.

Задача: У полусферической лунки с вертикальной осью симметрии гладкие стенки. Маленькую шайбу с массой $m = 100$ г отпускают без начальной скорости от края этой лунки. Найдите ускорение шайбы при прохождении самой нижней точки лунки. Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 10$ м/с^2. С какой силой тело будет давить на поверхность полусферы при прохождении точки, радиус которой наклонен под углом $\alpha = 30°$ к горизонту?

Решение: В процессе скатывания шайбы по стенке лунки ее потенциальная энергия в поле тяжести будет переходить в кинетическую энергию: $mg(R-h) = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2(h) = 2g(R-h)$, где R – радиус лунки, и h – высота шайбы над нижней точкой лунки. Следовательно, в нижней точке лунки $v^2(0) = 2gR$.В этой точке скорость шайбы достигает максимума, и поэтому касательное ускорение шайбы равно нулю, и у нее есть только центростремительная компонента ускорения $|\vec{a}| = \frac{v^2(0)}{R} = 2g \approx 20$ м/с^2. В точке, радиус которой наклонен под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, $R - h = R\sin(\alpha)$, и центростремительная компонента ускорения $a_n = \frac{v^2}{R} = 2g\sin(\alpha)$. С другой стороны, из уравнения движения следует, что $ma_n = 2mg\sin(\alpha) = N - mg\cdot\sin(\alpha)$,



где N – сила нормальной реакции, действующая на шайбу со стороны поверхности лунки. Как видно, $N = 3mg\cdot\sin(\alpha)$, а по III закону Ньютона она равна по величине искомой силы, с которой шайба давит на поверхность полусферы. Итак, $F = 3mg\cdot\sin(\alpha) = 1{,}5$ Н.

Ответ: $|\vec{a}| = 2g \approx 20$ м/с^2, $F = 3mg\cdot\sin(\alpha) = 1{,}5$ Н.

Тема 2: раздел – молекулярная физика, темы – уравнение теплового баланса и теплопроводность.

Полезно повторить материалы занятия вводного курса по теме «теплообмен» и занятия основного курса «теплота и световая энергия», а также разобрать задания отборочного этапа. Первая задача – по теме для 7 и 8 классов

Задача: Ученик 8 класса открыл над раковиной оба крана. Известно, что из крана с горячей водой выливалось 0,5 л воды за каждую секунду, а из крана с холодной водой – 1,5 л воды за каждую секунду. С помощью электронного термометра он определил, что температура горячей воды равнялась 50,0°С, а температура холодной воды 18,0 °С. Через некоторое время он заметил, что уровень воды в раковине перестал изменяться. С какой скоростью вытекает вода из раковины через сливное отверстие сечением 8 см^2 при неизменном уровне воды в раковине? Предскажите результат измерения температуры воды в раковине (тоже при неизменном уровне), считая, что измерение производится в области вблизи сливного отверстия, где потоки хорошо перемешаны, так что температура соответствует равновесному значению, и влияние теплообмена с окружающей средой мало.

Решение: Во-первых, отметим, что при неизменном уровне воды в раковине за каждую секунду из сливного отверстия выливается такой же объем воды, как из обоих кранов, то есть 2 л/с. С другой стороны, этот объем равен произведению скорости вытекания на площадь поперечного сечения, то есть $q \equiv 2\text{ л/с} = v \cdot S \Rightarrow v = \dfrac{q}{S} = 2{,}5\,\text{м/с}$.

Во-вторых, ясно, что равновесная температура может быть определена из уравнения теплового баланса: количество теплоты, отданное поступившей за секунду в раковину горячей водой в процессе перемешивания, равно количеству теплоты, полученному холодной водой, то есть $c \cdot q_1(t_1 - t) = c \cdot q_2(t - t_2) \Rightarrow t = \dfrac{q_1 t_1 + q_2 t_2}{q_1 + q_2} = 26°\text{C}$.

Ответ: $v = \dfrac{q}{S} = 2{,}5\,\text{м/с}$, $t = \dfrac{q_1 t_1 + q_2 t_2}{q_1 + q_2} = 26°\text{C}$.

Теперь – задача для 9 класса по этой же теме.

Задача: В цилиндрический бассейн через множество отверстий в стенках медленными струями подается теплая вода с температурой 32°С. Известно, что за секунду в бассейн поступает 7 л теплой воды. Для уменьшения температуры в тот же бассейн ученик 9 класса подает из шланга холодную воду с температурой 8°С, разбрызгивая ее над самой поверхностью воды. Он наливает в бассейн 1 л воды за секунду. Вода выливается из бассейна через одно открытое сливное отверстие площадью сечения 20 см^2, расположенное на дне бассейна. Изучите установившийся режим в этой системе, когда уровень воды в бассейне и ее средняя температура практически не изменяются. Найдите среднюю температуру воды в бассейне в установившемся режиме. Теплообменом воды в бассейне с окружающей средой пренебречь. Найдите глубину слоя воды в бассейне в установившемся режиме. Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 10$ м/с^2.

Решение: Ясно, что среднюю температуру можно найти точно так же, как и в предыдущей задаче: $c \cdot q_1(t_1 - t) = c \cdot q_2(t - t_2) \Rightarrow t = \dfrac{q_1 t_1 + q_2 t_2}{q_1 + q_2} = 29°\text{C}$. Для определения глубины слоя найдем (как и в предыдущем случае) скорость вытекания воды из сливного отверстия: $q_1 + q_2 = v \cdot S \Rightarrow v = \dfrac{q_1 + q_2}{S} = 4\,\text{м/с}$. Затем воспользуемся уравнением Бернулли (или законом сохранения энергии) для трубки тока, идущей через сливное отверстие: скорость движения воды в раковине, которая значительно шире отверстия, значительно меньше, чем скорость выливания, и в то же время давление снаружи от выхода примерно равно атмосферному давлению p_0, а перед выходом, на глубине h под поверхностью, $p = p_0 + \rho g h$:

$$p_0 + \rho g h \approx p_0 + \frac{\rho v^2}{2} \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} \approx 80\,\text{см}.$$

Ответ: $t=\dfrac{q_1t_1+q_2t_2}{q_1+q_2}=29°\text{C}$, $h=\dfrac{(q_1+q_2)^2}{2gS^2}\approx 80\text{см}$.

Тема 3: раздел – электричество , тема – цепи постоянного тока.

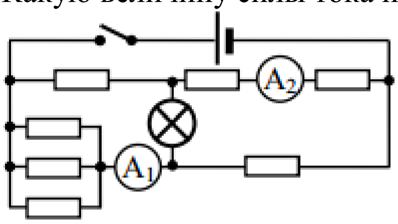
Полезно повторить материалы занятия вводного курса по теме «цепи постоянного тока» и занятия основного курса «постоянный ток», а также разобрать задания отборочного этапа. Снова начинаем с задачи, схема которой соответствует заданиям для 7 и 8 классов.

Задача: При подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора он показывает напряжение $U_1=18{,}4$В, а при подключении к пяти таким же аккумуляторам, соединенным параллельно – напряжение $U_5=20{,}7$ В. Какое напряжение покажет этот же вольтметр, если подключить его к трем таким же аккумуляторам, соединенным последовательно?

Решение: Введем обозначения: пусть U – напряжение, создаваемое аккумулятором на своих клеммах при разомкнутой цепи (его ЭДС), r – внутреннее сопротивление аккумулятора, а R – сопротивление вольтметра. Тогда при подключении вольтметра к клеммам одного аккумулятора сила тока через него равна $I=\dfrac{U}{R+r}$, и напряжение на вольтметре $U_1=\dfrac{R}{R+r}U=\dfrac{z}{z+1}U$, где $z\equiv\dfrac{R}{r}$. У пяти таких же аккумуляторов, соединенных параллельно, ЭДС такое же, а внутреннее сопротивление равно $\dfrac{r}{5}$, так что $U_5=\dfrac{5R}{5R+r}U=\dfrac{5z}{5z+1}U=\dfrac{5(z+1)}{4z+1}U_1\Rightarrow\dfrac{U_5}{U_1}=\dfrac{9}{8}=\dfrac{5(z+1)}{5z+1}$. Из этого уравнения находим, что $z=\dfrac{31}{5}$. При подключении вольтметра к трем таким же аккумуляторам, соединенным последовательно, напряжения на аккумуляторах и их внутренние сопротивления складываются, так что $U_3=\dfrac{R}{R+3r}3U=\dfrac{3z}{z+3}U=\dfrac{3(z+1)}{z+3}U_1=43{,}2$ В.

Ответ: $U_3=43{,}2$В.

Задача: Однажды некий ученик 9 класса нашел в школьной лаборатории коробку с семью одинаковыми резисторами, на которых не была обозначена величина сопротивления. Из этих резисторов и найденных в том же шкафу ключа, двух амперметров, батареи и лампочки он собрал установку по схеме, показанной на рисунке. После замыкания ключа лампочка загорелась. При этом первый амперметр (A_1) показал, что через него течет ток $I_1=1{,}8$ А. Какую величину силы тока показывал второй амперметр? Амперметры считать идеальными.



Решение: Прежде всего заметим, что, если неизвестное сопротивление каждого из резисторов обозначить R, то сопротивление в ветви с первым амперметром равно $\dfrac{R}{3}$, а в ветви со вторым амперметром – $2R$. Обозначим символом I_1' величину тока в ветви, параллельной первому амперметру, I_2 - величину силы тока через второй амперметр, I_2' - через резистор, подключенный параллельно второму амперметру. Тогда напряжение, создаваемое источником на концах цепи можно записать двумя способами:

$$U = RI_1' + 2RI_2 = \frac{R}{3}I_1 + RI_2'.$$

Также двумя способами можно вычислить и ток в ветви с источником:

$$I = I_1' + I_1 = I_2 + I_2'.$$

Если второе равенство умножить на R и вычесть из первого, то получится уравнение связи I_1 и I_2:

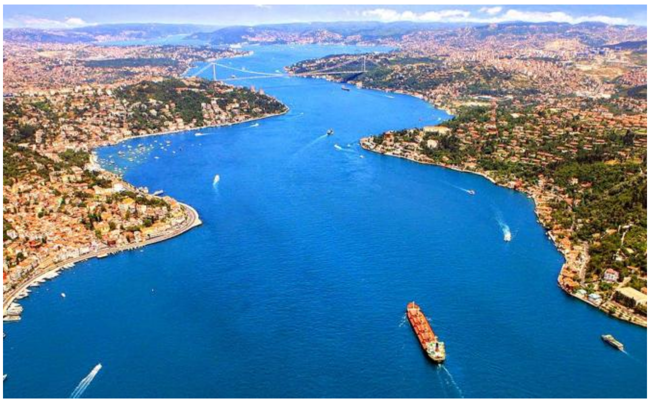
$$2RI_2 - RI_1 = \frac{R}{3}I_1 - RI_2 \Rightarrow I_2 = \frac{4}{9}I_1 = 0{,}8\,\text{А}.$$

Ответ: второй амперметр показывает ток $I_2 = \frac{4}{9}I_1 = 0{,}8\,\text{А}$.

Тема 4: раздел – механика, тема – гидростатика (7 и 8 классы).

Полезно повторить материалы занятия вводного курса по теме «гидростатика», а также разобрать задания отборочного этапа.
Начнем с примера вопроса.

Вопрос: Некоторые морские проливы соединяют моря с разным уровнем высоты поверхности и разной соленостью. В таких проливах могут наблюдаться два течения: вблизи поверхности вода течет из «первого» моря во «второе», а вблизи дна – наоборот. Объясните это явление.

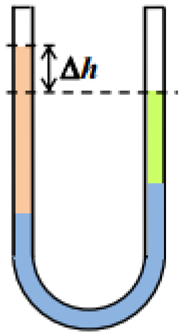


Изображение из открытых источников.

Ответ: Вблизи поверхности пролива вода течет как обычно – «сверху вниз», то есть в сторону понижения уровня. Разная концентрация соли приводит и к разной плотности воды, и поэтому в море с большей соленостью, в соответствии с формулой $p = p_0 + \rho g h$, давление быстрее растет с увеличением глубины. Поэтому, если более соленое море находится ниже, и поверхностное течение течет в его сторону, может оказаться, что на достаточной глубине давление в более соленом море выше, чем в менее соленом на том же уровне. Тогда вблизи дна возникает течение, противоположное поверхностному. Таким свойством, например, обладает пролив Босфор, фотография которого использована в качестве иллюстрации.

Следующая задача – из задания отборочного этапа.

Задача: В U-образной трубке постоянного сечения, прямые отрезки которой расположены вертикально, было налито некоторое количество воды с плотностью ρ = 1,0 г/см^3. В нее с двух сторон аккуратно доливают маслянистые жидкости (не смешивающиеся с водой): в первом колене жидкость с плотностью ρ_1 = 0,6 г/см^3 образует в трубке столбик длиной L_1 = 60 мм, во втором колене жидкость с плотностью ρ_2 = 0,75 г/см^3 образует в трубке столбик длиной L_2 = 40 мм (см. рисунок). В состоянии равновесия обе границы раздела жидкостей находятся в вертикальных участках трубки.



В каком из колен (первом или втором) уровень поверхности жидкости выше? Найдите разность высот уровней жидкости Δh. На сколько нужно увеличить длину столбика долитой жидкости в колене, поверхность жидкости в котором находится ниже, чтобы уровни сравнялись?
Считайте, что после такого доливания по-прежнему обе границы раздела жидкостей находятся в вертикальных участках трубки.

Решение: Пусть x_1 – высота столба <u>воды</u> в первом колене, а x_2 – во втором. Условие гидростатического равновесия (при котором в нижней части, где колена трубки соединяются, давления в них одинаковы): $(\rho_1 L_1 + \rho x_1)g = (\rho_2 L_2 + \rho x_2)g$. Из этого соотношения находим, что $x_1 - x_2 = \dfrac{\rho_2 L_2 - \rho_1 L_1}{\rho}$. Значит, разность высот уровней жидкостей

$$\Delta h = h_1 - h_2 = x_1 + L_1 - x_2 - L_2 = \frac{\rho_2 L_2 - \rho_1 L_1}{\rho} + L_1 - L_2 = L_1\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) - L_2\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right).$$

При заданных значениях $\Delta h = +14$мм, то есть в первом колене уровень на 14 мм выше, чем во втором. Таким образом, доливать нужно жидкость во второе колено – до тех пор, пока не будет $\Delta h' = 0$. Как видно, это условие приводит нас к требованию

$$L_1\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) = \left(L_2 + \Delta L_2\right)\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) \Rightarrow \Delta L_2 = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} L_1 - L_2 = 56\text{мм}.$$

Ответ: уровень жидкости выше в 1 колене на $\Delta h = L_1\left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) - L_2\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho}\right) = 14\text{мм}$, нужно увеличить столб жидкости во 2 колене на $\Delta L_2 = \dfrac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} L_1 - L_2 = 56\text{мм}$.

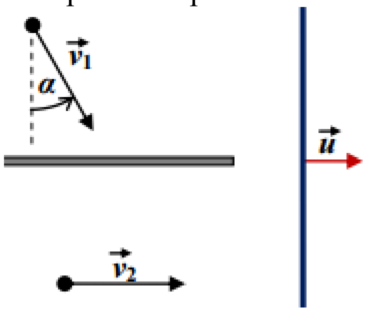
Тема 5: раздел – оптика, тема – закон отражения света (9 классы).

Полезно повторить материалы занятия вводного курса по теме «оптика» и занятия основного курса по теме «теплота и световая энергия», а также разобрать задания отборочного этапа.

Вопрос: Плоское зеркало, подставленное под пучок света из лазерной указки, направляет свет на край «мишени». Чтобы луч указки попадал в центр мишени, нужно изменить его направление, повернув на 6°. На какой угол нужно для этого повернуть плоскость зеркала, не меняя положения указки?

Ответ: Угол между падающим на плоское зеркало пучком и его отражением равен сумме углов падения и отражения, которые лежат в одной плоскости и равны друг другу по величине. Значит, этот угол равен удвоенному углу падения. При неизменном падающем луче поворот зеркала на некоторый угол φ приведет к изменению угла падения на ту же величину φ. Таким образом, угол между падающим и отраженным лучом изменится на 2φ. Следовательно, для изменения направления отраженного луча на 6° нужно повернуть зеркало на 3°.

Задача: Два робота движутся по соревновательному полю, разделенному на две части непрозрачной перегородкой. Одна из ограничивающих стен – зеркальная, и она перпендикулярна перегородке и в течении некоторого интервала времени движется от нее со скоростью u = 1 м/с. Первый робот, на котором размещена небольшая яркая лампа, движется со скоростью v_1 = 2 м/с, направленной под углом α = 30° к плоскости зеркальной стены (см. рисунок). Второй, оснащенный видеокамерой, движется со скоростью v_2 = 2 м/с перпендикулярно этой плоскости. По данным видеозаписи определяется скорость изображения робота 1 относительно робота 2. Найдите величину этой скорости.



Решение: В системе отсчета, в которой зеркало покоится, робот 1 движется со скоростью $\vec{v}_1' = \vec{v}_1 - \vec{u} \equiv \vec{v}_{1\parallel} + \vec{v}_{1\perp} - \vec{u}$. Здесь мы разбили вектор скорости первого робота на параллельную и перпендикулярную плоскости зеркала составляющие. Можно заметить, что $\vec{v}_{1\perp} = \vec{u}$, поскольку они сонаправлены и равны по величине (2 м/с ·sin(30°) = 1 м/с). Значит, $\vec{v}_1' = \vec{v}_{1\parallel}$. Закон отражения от неподвижного зеркала нам известен, и ясно, что для источника света, движущегося параллельно плоскости неподвижного зеркала, скорость изображения будет равна скорости источника. Тогда скорость изображения робота 1 в исходной системе отсчета $\vec{V}_1 = \vec{v}_1' + \vec{u} = \vec{v}_{1\parallel} + \vec{u}$. Значит, искомая скорость изображения робота 1 относительно робота 2 $\vec{V}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{1\parallel} + \vec{u} - \vec{v}_2$. Опять заметим, что $\vec{v}_2 = 2\vec{u}$, и тогда приходим к выводу, что $\vec{V}_{12} = \vec{v}_{1\parallel} - \vec{u} = \vec{v}_{1\parallel} - \vec{v}_{1\perp}$, то есть проекции искомой скорости на оси, параллельную и перпендикулярную зеркалу, по величине такие же, как у $\vec{v}_1$ (отличается только знак перпендикулярной проекции). В результате $V_{12} = v_1$ = 2 м/с.

Ответ: V_{12} = 2 м/с.