

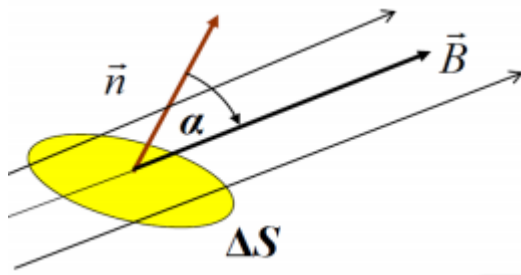
**10-11 классы, подготовка к теоретическому туру
олимпиады школьников «Робофест» по физике**

Теоретический обзор к занятию к вводу к занятию «Электромагнитная индукция».

Постоянные электрическое и магнитное поля могут рассматриваться независимо. Ситуация меняется при рассмотрении переменных полей, движения проводников в магнитном поле или движения зарядов с ускорением. Полезно помнить, что природа электрических и магнитных явлений единая – *электромагнитная*. Разбиение электромагнитного поля на электрическую магнитную компоненту зависит от выбора системы отсчета. Итак, в электромагнитных явлениях проявляется общая природа электрических и магнитных взаимодействий. Например, в каждой системе отсчета переменные магнитные поля порождают электрическое поле, переменные электрические поля порождают магнитное поле. При движении проводника относительно источников магнитного поля в нем возникает электрический ток. Ускоренно движущиеся заряды излучают электромагнитные волны. Все это – проявления *электромагнитной индукции*.

Как видно, эти проявления очень разнообразны. Тем удивительнее, что описание большинства индукционных явлений можно построить на основе одного универсального закона - **закона электромагнитной индукции Фарадея**.

Для знакомства с ним необходимо вспомнить об одной из характеристик магнитного поля – о *магнитном потоке*. Магнитный поток определяется для небольшого элемента поверхности площадью ΔS . Настолько небольшого, что вектор магнитной индукции \vec{B} можно считать постоянным в пределах этого элемента. Построим перпендикуляр (нормаль) к этому элементу – вектор \vec{n} с единичной длиной, и введем α – угол между векторами \vec{n} и \vec{B} . Тогда поток магнитного поля через этот элемент поверхности равен $\Delta\Phi = |\vec{B}| \Delta S \cos(\alpha)$. Эту формулу



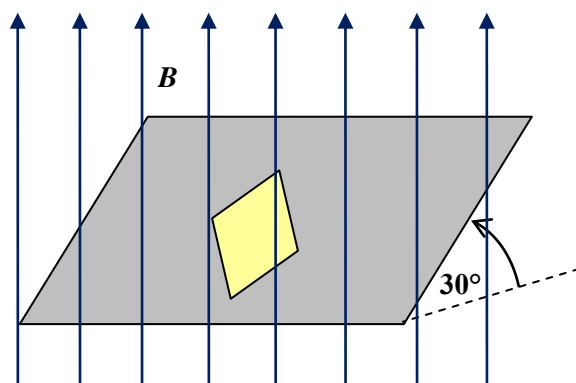
также можно записать с помощью скалярного произведения: $\Delta\Phi = (\vec{n}\vec{B})\Delta S$. Поток через большую поверхность равен сумме потоков через все ее маленькие элементы $\Phi = \sum \Delta\Phi$.

Если магнитное поле однородно (\vec{B} одинакова во всех точках пространства, где находится рассматриваемая поверхность) и поверхность плоская, то и для больших поверхностей можно вычислять поток по формуле $\Phi = |\vec{B}| S \cos(\alpha)$. Единицей измерения магнитного потока в СИ является вебер (Вб): $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2$.

Пример 1: Вектор индукции однородного магнитного поля направлен вертикально, а его величина равна $B = 20 \text{ мТл}$. Рамка в виде ромба с диагоналями 25 см и 40 см лежит на плоскости, наклоненной под углом 30° к горизонту. Найдите магнитный поток через площадь рамки.

Решение: Так как поле однородно, а рамка плоская, то поток можно вычислить по формуле $\Phi = |\vec{B}| S \cos(\alpha)$. Площадь ромба $S = 0,25 \text{ м} \times 0,4 \text{ м} = 0,1 \text{ м}^2$, а угол между перпендикуляром к плоскости и вертикалью равен те же 30° , так как стороны этого угла перпендикулярны сторонам угла, образованного плоскостью и горизонталью.

Итак, $\Phi = |\vec{B}| S \cos(\alpha) \approx 1,73 \text{ мВб}$.



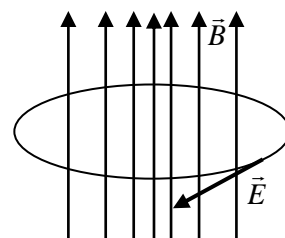
Теперь мы можем сформулировать закон Фарадея:

При изменении магнитного потока через проводящий контур на $\Delta\Phi$ за время Δt в нем возникает индукционный ток, соответствующий появлению в контуре ЭДС индукции,

пропорциональной скорости изменения магнитного потока: $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Знак минус в этом соотношении выражает **правило Ленца**: направление индукционного тока таково, что он своим полем стремится скомпенсировать изменение магнитного потока. Замечательно, что закон Фарадея определяет значение ЭДС индукции **независимо** от конкретной причины, вызвавшей изменение магнитного потока – изменение величины магнитного поля, изменение площади контура или изменение угла между \vec{B} и нормалью к контуру (вращение контура). Отметим, что «физический механизм» явления будет по-разному описываться в разных системах отсчета и для разных ситуаций, формула для вычисления ЭДС индукции будет одинаковой.

В случае изменения вектора \vec{B} с течением времени мы будем говорить, что движение зарядов вызвано действием силы со стороны электрического поля, которое появляется вследствие изменения магнитного поля (напомним, что эти поля связаны, так как имеют общую природу). Особенность порождаемого электрического поля – то, что оно является **вихревым** (его силовые линии **замкнуты** – напомним, что силовые линии электростатического поля идут от положительных зарядов к отрицательным). Вихревое электрическое поле совершает работу по перемещению зарядов по замкнутому проводящему контуру, то есть играет роль ЭДС. Направление этой ЭДС связано правилом Ленца с направлением изменения магнитного потока. Например, если величина индукции магнитного поля, «пронизывающего» контур, увеличивается (магнитный поток растет), то при взгляде «навстречу» \vec{B} мы увидим, что вектор \vec{E} «обходит» контур в отрицательном направлении (против часовой стрелки) – так, как показано на рисунке.



Пример 2: На горизонтальной плоскости лежит проволочное кольцо радиуса $a = 20$ см. Удельное сопротивление материала проволоки $\rho = 10^{-7}$ Ом·м, площадь ее поперечного сечения $\sigma = 1$ мм². В области пространства, в которой находится кольцо, включили магнитное поле, направленное вертикально, индукция которого в течении некоторого промежутка времени растет по закону $B(t) = b \cdot t$, где $b = 0,05$ Тл/с. Найти силу индукционного тока, текущего по кольцу во время роста магнитной индукции.

Решение: При изменении магнитной индукции меняется магнитный поток через кольцо: $\Phi(t) = bt \cdot \pi a^2$. (здесь линии индукции перпендикулярны плоскости контура, и $\cos(\alpha) = \cos(0) = 1$). Поэтому в кольце (за счет действия вихревого электрического поля)

наводится ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\pi a^2 b$. Направление тока мы не определим (в условии

не сказано, куда – вверх или вниз – направлен вектор \vec{B}), но нам нужна только величина ЭДС. Сопротивление кольца $R = \rho \frac{2\pi a}{\sigma}$. Поэтому сила индукционного тока

$I = \frac{|\mathcal{E}_i|}{R} = \frac{ab\sigma}{2\rho} = 0,05$ А. Отметим, что кольцо при этом нагревается, так как в нем при

протекании тока выделяется тепло с мощностью $P = I^2 R = 0,314$ мВт. Этот эффект используется для индукционного нагрева проводящих тел – в бытовых микроволновых печах и в больших индукционных печах в металлургии.

Пример 3: Металлический квадратный контур со стороной $a = 20$ см вращается с постоянной частотой $\nu = 500$ Об/с в однородном постоянном вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл вокруг горизонтальной оси, параллельной одной паре своих сторон. Сопротивление рамки квадрата $R = 0,1$ Ом. Найдите зависимость от времени силы тока, текущего по квадрату.

Решение: В этом случае вектор \vec{B} и площадь контура $S = a^2$ не изменяются – изменяется (из-за вращения) только угол между и перпендикуляром к плоскости контура по закону $\alpha(t) = \omega t = 2\pi\nu t$. Значит, закон изменения магнитного потока $\Phi(t) = B \cdot a^2 \cos(2\pi\nu t)$. Изменение косинуса при малом изменении его аргумента можно найти, используя свойства тригонометрических функций: $\cos(\omega t + \omega\Delta t) = \cos(\omega t)\cos(\omega\Delta t) - \sin(\omega t)\sin(\omega\Delta t)$, и,

поскольку для малых Δt справедливы равенства $\cos(\omega\Delta t) \approx 1$ и $\sin(\omega\Delta t) \approx \omega\Delta t$, то $\cos(\omega t + \omega\Delta t) - \cos(\omega t) \approx -\sin(\omega t) \cdot \omega\Delta t$. Значит, ЭДС индукции в контуре

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 2\pi\nu Ba^2 \sin(2\pi\nu t).$$

Этот же результат можно получить с помощью дифференцирования. Сила тока в контуре $I(t) = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{2\pi\nu Ba^2}{R} \sin(2\pi\nu t) \equiv I_m \cos(\omega t)$, где

$$I_m = \frac{2\pi\nu Ba^2}{R} \approx 126 \text{ А},$$

а частота изменения равна 50 Гц. Итак, в равномерно вращающейся в магнитном поле рамке возникает синусоидальный ток. Если она, конечно, не расплавится – при таком токе мощность тепловыделения около 790 Вт!

Важно обратить внимание на следующее: все вычисления, как и предыдущем примере, мы провели на основе формулы закона Фарадея. Однако, если нам потребуется объяснить, какие физические процессы привели к возникновению тока, объяснение будет совершенно отличаться от объяснения в предыдущем примере. В самом деле, в используемой системе отсчета индукция магнитного поля постоянна, и никакого вихревого электрического поля не возникает. Что же заставляет электроны в металле двигаться по контуру? Дело в том, что на движущиеся относительно источников магнитного поля заряды действует **сила Лоренца** со стороны магнитного поля. Она направлена перпендикулярно скорости заряды. Электроны проводимости в металле находятся в постоянном хаотическом тепловом движении, но при этом все силы, действующие на отдельные электроны, тоже направлены хаотично и в среднем дают ноль. Если же мы двигаем сам проводник (его положительно заряженную ионную решетку) перпендикулярно ему самому, то он «подтягивает» за собой отрицательно заряженные свободные электроны, и у них появляется общая «коллективная» скорость в направлении движения проводника, и соответствующая «общая» составляющая силы Лоренца направлена вдоль проводника, и она заворачивает электроны, разгоняемые притяжением к решетке, и направляет их движение вдоль проводника. Так возникает ток. Как видно, в этом случае механизм возникновения индукционного тока совершенно другой, чем в предыдущем примере, но мы справились с его вычислением, используя закон Фарадея, даже без разбора этих причин!

Даже если проводник не образует замкнутый проводящий контур, описанные выше механизм все равно работает – тогда электроны, смещаясь вдоль проводника, создают в нем области с отрицательным и положительным зарядом. Возникает электрическое поле, противодействующее силе Лоренца. Когда эти силы компенсируют друг друга, смещение заряда прекращается.

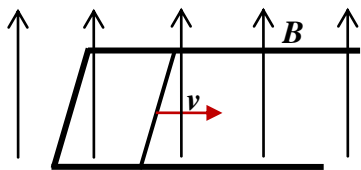
Пример 4: Самолет с размахом крыльев $L = 20$ м после взлета набирает высоту, двигаясь со скоростью $v = 720$ км/ч по прямой под углом 10° к горизонту. Оказалось, что он движется по магнитному меридиану, причем индукция магнитного поля Земли в зоне взлета направлена практически горизонтально и имеет величину $B = 10$ мТл. Найдите разность потенциалов между концами крыльев самолета.

Решение: На электрон проводимости, движущийся вместе с корпусом самолета, действует сила Лоренца, равная по величине $F = |e| B v \sin(10^\circ)$, так как согласно условию, угол между \vec{v} и \vec{B} равен 10° . Перемещение электронов прекратится, когда сила Лоренца будет уравновешена силой, действующей со стороны возникшего из-за разделения зарядов электрического поля. Из условия равенства сил можно найти величину напряженности этого поля $|e| E = |e| B v \sin(10^\circ) \Rightarrow E = B v \sin(10^\circ)$. Искомая разность потенциалов $\Delta\varphi = EL = BvL \sin(10^\circ) \approx 7$ В. При вычислении было учтено, что 720 км/ч = 200 м/с.

Аналогичный механизм действует, если движется часть контура.

Пример 5: По П-образной металлической конструкции, расположенной горизонтально, тянут с постоянной скоростью $v = 5$ м/с тонкую металлическую перемычку. В области расположения конструкции создано постоянное и однородное вертикальное магнитное поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Сопrotивление конструкции (благодаря большой толщине ее стенок)

намного меньше сопротивления перемычки и сопротивления контактов между конструкцией и перемычкой, которые в сумме равны $R = 2 \text{ Ом}$. Длина перемычки $l = 80 \text{ см}$. Найти силу тока, текущего через перемычку.

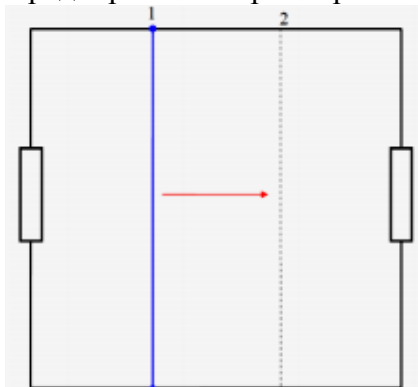


Решение: Возникновение ЭДС индукции здесь связано с изменением площади контура: ясно, что это прямоугольник «шириной» l и увеличивающейся «длиной» $x(t) = x_0 + vt$. Значит, закон изменения магнитного потока $\Phi(t) = B \cdot l \cdot (x_0 + vt)$. ЭДС индукции в контуре

$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -Blv$. Знак «минус» указывает направление тока (по часовой стрелке), но в данной задаче нас об этом не спрашивали, и на знак можно не обращать внимания. Таким образом, величина силы тока через перемычку $I = \frac{|\mathcal{E}_i|}{R} = \frac{Blv}{R} = 1 \text{ А}$.

Интересной особенностью индукционного тока является линейная связь протекшего заряда и изменения магнитного потока. Например, если полное сопротивление контура равно R , то протекший через его сечение заряд оказывается пропорционален изменению магнитного потока: $\Delta q = \sum I \Delta t = \sum \frac{\mathcal{E}_i}{R} \Delta t = -\frac{1}{R} \sum \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Delta t = \frac{1}{R} (\Phi_{нач} - \Phi_{кон})$. Этот факт часто используется в решении задач.

Пример 6: Из однородной проволоки с малым сопротивлением изготовили контур в виде квадрата со стороной $l = 10 \text{ см}$ и с «перемычкой», которая может скользить по двум сторонам, сохраняя с ними контакт и оставаясь параллельной двум другим сторонам квадрата, содержащим одинаковые резисторы с сопротивлением $R = 20 \text{ Ом}$. Перемычку переместили из положения 1, в котором она делит стороны квадрата в отношении 1:2, в симметричную ему положение 2 (см. рисунок 1). Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,3 \text{ Тл}$, направленной перпендикулярно плоскости контура. Какой заряд протечет через перемычку за время перемещения?



Решение: Можно обратить внимание, что ток в перемычке будет создаваться ЭДС индукции, которую можно связать с действующей на электроны проводимости силы Лоренца: $E = Blv$. Считая ток постоянным (точнее, изменяющимся медленно по сравнению с процессом распространения электромагнитных возмущений внутри контура), найдем, что

сопротивление нагрузки для этой ЭДС $R_H = \frac{R}{2}$, и ток в перемычке $I = \frac{2Bl}{R} v$. Поэтому

протекший за время dt заряд $dq = Idt = \frac{2Bl}{R} v dt = \frac{2Bl}{R} dx$. Суммируя такие величины за все время перемещения, получаем:

$$q = \frac{2Bl}{R} \sum dx = \frac{2Bl^2}{3R} = 200 \text{ мкКл.}$$

Здесь мы учли, что в соответствии с условием величина перемещения перемычки

$$\Delta x = \sum dx = \frac{l}{3}.$$

Особый класс явлений – те, в которых участвуют **сверхпроводящие тела**. У сверхпроводников полностью отсутствует сопротивление, а значит, напряжение на любом контуре в сверхпроводнике равно нулю. Следовательно, и ЭДС индукции должна быть нулевой. Это означает, что магнитный поток через сверхпроводящий контур не должен изменяться! При перемещении сверхпроводящего тела в области пространства, в которой изменяется магнитное поле, в сверхпроводнике начинает циркулировать ровно такой ток, чтобы его магнитное поле компенсировало изменение магнитного потока. Например, при внесении сверхпроводника из области, где магнитного поля не было, в область, где оно есть, поле возникшего тока должно полностью компенсировать внешнее поле внутри сверхпроводника. При этом сила Ампера, действующая на индукционный ток со стороны магнитного поля, по правилу Ленца должна противодействовать причине, вызвавшей появление индукционного тока, то есть перемещению сверхпроводника в область, занятую полем – она выталкивает сверхпроводник из магнитного поля. На этом явлении основано явление магнитной левитации – зависание сверхпроводника над полюсом магнита.

